Veröffentlicht in

Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft

Heft 4 / Oktober 2013

„Prämienkalkulation und die ‚Sanierung' von Versicherungsverträgen"

S. 367 – 387

Prämienkalkulation und die „Sanierung" von Versicherungsverträgen

Werner Gleißner & Tristan Nguyen

Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft
German Journal of Risk and Insurance

ISSN 0044-2585

ZVersWiss
DOI 10.1007/s12297-013-0248-0

ZVersWiss
DOI 10.1007/s12297-013-0248-0

ABHANDLUNG

Prämienkalkulation und die „Sanierung“ von Versicherungsverträgen

Werner Gleißner · Tristan Nguyen

Zusammenfassung Bei der Bestimmung der „risikogerechten“ Versicherungsprämien besteht regelmäßig das Problem, dass die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen über Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe nicht sicher bekannt sind. Rein zufallsbedingte Abweichungen der Schadenbelastung in einer Periode vom Erwartungswert rechtfertigen keine Prämienerhöhung. Um Versicherungsnehmer mit einem temporär ungünstigen Schadenverlauf vor unangemessenen Erhöhungen der Versicherungsprämien zu schützen, ist es notwendig, zufallsbedingte und sonstige Abweichungen der erwarteten von den eingetretenen Schadenfällen zu trennen.

Für die Anpassung von Verträgen speziell von Schadens-/Unfallversicherungen bei Vorliegen neuer Informationen gibt es prinzipiell drei Strategien. Zum einen kann die bisherige Versicherungsprämie ignoriert werden und unter Berücksichtigung des größeren Datensamples eine Neukalkulation stattfinden. Eine Alternative dazu ist ein bayesianischer Lernprozess, bei dem ausgehend von der ursprünglich vereinbarten Versicherungsprämie und der Berücksichtigung der neuen Informationen eine Adjustierung der bisherigen Versicherungsprämie vorgenommen wird. Die dritte Methode orientiert sich an einem statistischen Hypothesentest. Hierbei wird eine Versicherungsprämie nur angepasst, wenn aufgrund der neuen Informationen die Annahmen über die Schadenverteilung statistisch verworfen werden können. Angesichts der Vertragssicherheit und der sicheren Kalkulationsgrundlagen spricht viel für den statistischen Hypothesentest. Die stringente Anwendung dieser Methode kann eine fundier-

W. Gleißner (✉)
Vorstand FutureValue Group AG, Leinfelden-Echterdingen, Deutschland
e-mail: w.gleissner@FutureValue.de
url: http://www.FutureValue.de
url: http://www.werner-gleissner.de

T. Nguyen
Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre, insb. Versicherungs- und Gesundheitsökonomik, WHL Wissenschaftliche Hochschule Lahr, Lahr, Deutschland
e-mail: tristan.nguyen@whl-lahr.de

Published online: 10 October 2013

te Grundlage für Verhandlungen zwischen Versicherungsnehmer und Versicherungsgeber darstellen. Die Verbesserung der Transparenz bezüglich eingegangener Risiken ist auch aufsichtsrechtlich wünschenswert und für die Beurteilung der Solvatibilität hilfreich.

Abstract For assessing the risk adjusted insurance premiums, we always face the challenge that we don't know the respective distribution functions of the probable claims and the probability of occurrence. Purely chance-based deviations from expected damages are no sufficient reason for premium increases. This means that for preparing for such deviations we have to distinct between chance-based and other deviations from expected and realised damage events. For adjusting insurance contracts due to new information, there are three possible strategies: first, we could ignore the past premium and calculate them based on the new data sample. Alternatively we could make use of a Bayesian learning process, which means to adjust the past premiums by taking into account the new information. The third strategy refers to a statistical test of hypotheses. This means to only adjust a premium if the original assumptions on the possible distribution of claims have to be rejected statistically. Looking at the certainty of the contracts and a steady calculation basis, there are many reasons in favour of the statistical test of hypotheses. The stringent usage of this method can lead to a sound basis for negotiations between insurance provider and holder. The improvement of transparency of taken risks is regulatorily desirable as well as helpful for evaluation of solvency.

1 Prämienanpassung zwischen Zufalls- und Irrtumsrisiko

Es ist ein immer wiederkehrendes Spiel in der Zusammenarbeit zwischen Versicherungsgesellschaft, Versicherungsnehmer und Industrieversicherungsmakler: Sobald die von der Versicherung zu tragenden Schäden aus einem versicherten Risiko einen „kritischen Anteil" an der vereinbarten Versicherungsprämie überschreiten, wird seitens des Versicherers eine Erhöhung der Versicherungsprämie angestrebt. Eine der wesentlichen Aufgaben der Industrieversicherungsmakler besteht darin, in der nun entstehenden Verhandlungssituation die Interessen des Versicherungsnehmers zu vertreten und unangemessene Erhöhungen der Versicherungsprämien zu vermeiden – oder nach einer alternativen Versicherungslösung zu suchen. Ein Grundproblem dieser Verhandlungssituation besteht darin, dass es aufgrund der unvollkommenen und asymmetrisch verteilten Informationen über das der Versicherung zugrundeliegende Risiko schwierig ist zwischen zwei Komponenten des versicherungstechnischen Risikos[1] zu unterscheiden, nämlich

- dem „Zufallsrisiko" und
- dem „Irrtumsrisiko".[2]

[1] Siehe *Farny* (2006), *Nguyen* (2008), S. 250–256.

[2] Genau genommen zuzüglich des „Änderungsrisikos", vgl. hierzu Abschn. 2.1.

Wären in einem theoretischen Idealfall Verteilungstyp und Parameter der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Häufigkeit[3] und der Schadenhöhe je Schadenfall[4] bekannt, gäbe es nur das „Zufallsrisiko": Die Schadenhöhe durch das versicherte Risiko würde rein zufällig (und damit unvorhersehbar) um den Erwartungswert, der die Prämienhöhe maßgeblich bestimmt, schwanken.[5] In diesem Idealfall mit rein zufälligen Abweichungen der tatsächlich in einer Periode eingetretenen Schäden vom Erwartungswert der Schäden sind diese ceteris paribus keine Rechtfertigung, um die Versicherungsprämien anzupassen.

Die Realität sieht jedoch anders aus. Wegen der Endlichkeit und begrenzten Aussagefähigkeit historischer Daten über Schäden und allgemein durch bestehende Informationsdefizite sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe selbst nicht sicher bekannt. Damit besteht ein sogenanntes „Metarisiko", also sozusagen „das Risiko, ein Risiko falsch eingeschätzt zu haben". Die für den tatsächlichen Risikoumfang maßgeblichen Metarisiken können sich dabei beziehen auf Unsicherheiten bezüglich der Art der Wahrscheinlichkeitsverteilung und Unsicherheit bezüglich der diese operationalisierenden Parameter (Parameterunsicherheit).

In einer derartigen realen Situation mit Unsicherheit über die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe muss ein Versicherungsunternehmen in Erwägung ziehen, dass realisierte Schäden oberhalb des Schadenerwartungswerts nicht (nur) dem „Zufallsrisiko" zuzuordnen sind, sondern Indiz für die Relevanz des „Irrtumsrisikos" sind. Konkret vermutet das Versicherungsunternehmen also, dass eine Schadenbelastung in einer Periode oberhalb des kalkulierten Schadenerwartungswerts ein Indiz ist für

1. eine höhere als die erwartete Schadenhäufigkeit (λ der Poissonverteilung für die Schadenhäufigkeit ist größer als bisher vermutet) oder
2. die größere typische Höhe eines Schadenfalls als erwartet (Lokalisations- oder Lageparameter der (erweiterten) Log-Normalverteilung ist größer als erwartet)[6] oder
3. die größere Streuung der Schadenhöhe als erwartet (also der Parameter σ der Log-Normalverteilung für die Schadenhöhe ist größer als erwartet).

In diesem Artikel wird nachfolgend erläutert, wie grundsätzlich zwischen zufallsbedingten und sonstigen Abweichungen der eingetretenen Schäden von der erwarteten Schadenhöhe unterschieden werden kann. Damit werden die Grundlagen geschaffen, um rational und besser fundiert über Anpassungen von Versicherungsprämien zu diskutieren. Mit dem vorgeschlagenen Instrumentarium wird ein höheres Maß

[3] Z. B. Poissonverteilung mit dem Parameter λ.

[4] Z. B. eine (erweiterte) Log-Normalverteilung mit Lokalisationsparameter a, Lagemaß μ und Streuungsmaß σ.

[5] Zur Berechnung der Prämien und abgekehrt von Schadenerwartungswert und gegebenenfalls unter zusätzlicher Berücksichtigung der bei einer nicht perfekten Diversifikation („Ausgleich im Kollektiv") zusätzlich zu berücksichtigende „Unexpected Loss", siehe z. B. *Nguyen* (2008).

[6] Zu beachten ist hier, dass der Erwartungswert der Schäden bei einer Log-Normalverteilung abhängig ist von den Parametern μ und σ und gemäß folgender Formel berechnet wird: $E(s) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$.

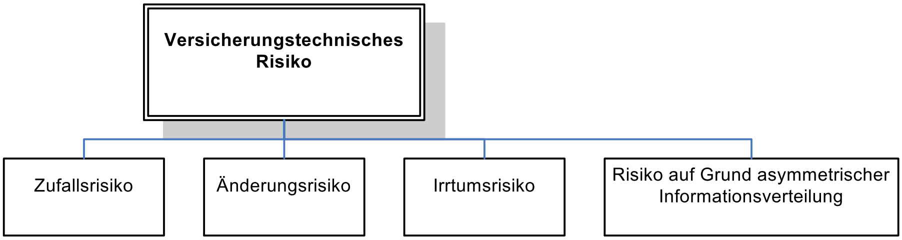


Abb. 1 „Metarisiko“ – Zerlegung eines versicherungstechnischen Risikos (vgl. Nguyen 2007)

an Transparenz möglich und für die Versicherungsnehmer (bzw. die diese betreuenden Versicherungsmakler) ein Instrumentarium skizziert, das hilft, unangemessene Prämienerhöhungen infolge eingetretener Schäden zu vermeiden. Dabei werden Risikomodelle als Grundlage einer „kostenorientierten“ Prämienkalkulation erläutert; andere Einflussfaktoren auf die Prämienhöhe werden nicht betrachtet.

Im folgenden Abschn. 2 werden zunächst noch einige der in dieser Einleitung angesprochenen theoretischen Konstrukte, wie Zufalls- und Irrtumsrisiko, Metarisiken sowie die verwendeten Konzepte zu den Wahrscheinlichkeitsverteilungen und der Bayes-Statistik erläutert. Im dritten Abschnitt wird skizziert, wie prinzipiell eine Trennung von zufallsbedingten und sonstigen Abweichungen der eingetretenen Schäden vom Schadenerwartungswert möglich ist. Abschnitt 4 zeigt den Einsatz dieser Methodik an einem Praxisbeispiel, bevor in Abschn. 5 die wesentlichen Implikationen noch einmal knapp im Hinblick auf den praktischen Nutzen zusammengefasst werden.

2 Theoretische Grundlagen zur Behandlung von versicherungstechnischen Risiken

2.1 Das versicherungstechnische Risiko

Das versicherungstechnische Risiko, das die Versicherungsgesellschaft übernimmt, lässt sich aufteilen in Zufallsrisiko, Änderungsrisiko, Irrtumsrisiko und Risiko aufgrund asymmetrischer Informationsverteilung (Abb. 1).

Durch das Zufallsrisiko erfasst wird die zufällige (stochastische) Schwankung von Schäden im Bestand eines Versicherungsunternehmens.[7] Als Änderungsrisiko bezeichnet man die Möglichkeit, dass sich die Annahmen bei Abschluss des Versicherungsvertrages im Zeitablauf ändern, ohne dass dies vom Versicherer wahrgenommen wird oder er darauf reagieren kann. Als Irrtumsrisiko bezeichnet man ein spezielles „Metarisiko“, nämlich die Unkenntnis des Versicherers über das adäquate Modell zur quantitativen Beschreibung des zu versichernden Risikos bzw. die Unsicherheit über die verwendeten Modellparameter.

[7] Das Zufallsrisiko kann weiter unterteilt werden in Kumulrisiko, Ansteckungsrisiko und Katastrophenrisiko.

Risiko aufgrund asymmetrischer Informationsverteilung führt zu „moral hazard“ und „adverser Selektion“ und resultiert daher, dass Versicherungsnehmer über ihr Risiko besser informiert sind als der Versicherungsgeber.[8]

Von „moral hazard“ (moralisches Risiko) auf Versicherungsmärkten wird gesprochen, wenn aufgrund des Abschließens einer Versicherung der Versicherungsnehmer eigene Maßnahmen zur Reduzierung des Risiko vernachlässigt.[9] Der Versicherungsvertrag reduziert also die Anreize der Schadenabsicherung, wobei zwei Arten des moral hazards zu unterscheiden sind, nämlich

- risikoerhöhendesoral hazard: durch die Reduzierung der Risikobewältigung ergibt sich eine für den Versicherungsgeber nicht beobachtbare Erhöhung der Schadenwahrscheinlichkeit (asymmetrische Informationsverteilung).[10]
- mengenerhöhendes moral hazard: liegt vor, wenn die Höhe des Schadens L vom Umfang der Schadenverhütungsmaßnahmen abhängt, deren genauer Umfang jedoch vom Versicherungsgeber nicht beobachtet werden kann.

Eine weitere Folge der asymmetrischen Informationsverteilung zwischen Versicherungsnehmer und Versicherungsgeber ist die oben erwähnte adverse Selektion. Eine solche „negative Risikoselektion“ entsteht, weil der Versicherungsnehmer besser über seine eigene Schadenwahrscheinlichkeit informiert ist als der Versicherer. Im Gegensatz zum moral hazard tritt das Problem der adversen Selektion bereits vor Abschluss eines Versicherungsvertrages auf. Adverse Selektion führt dazu, dass tendenziell sich genau die Individuen versichern lassen, deren Risiko gemessen am Kollektiv überdurchschnittlich hoch ist, was zu einer zunehmenden Tendenz der Versicherer zur Erhöhung der Prämien und letztlich zum Zusammenbruch des Marktes führen kann.[11]

Wesentlich ist, dass Änderungsrisiko, Irrtumsrisiko und Risiken aufgrund asymmetrischer Informationsverteilung zusammen ein sogenanntes „Metarisiko“ darstellen, also das Risiko, dass das kalkulierte „Zufallsrisiko“ falsch ist. Auf die Relevanz der Metarisiken für die Risikokalkulation und die Interpretation von (neuen) Schadendaten wird später in Abschn. 2.3 eingegangen.

2.2 Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Für die zu versichernden Risiken ist eine möglichst präzise Quantifizierung, speziell des „Zufallsrisikos“ notwendig. Ein Risiko ist zunächst durch eine geeignete (mathematische) Verteilungsfunktion zu beschreiben. Zur quantitativen Beschreibung eines Risikos kann eine Verteilung genutzt werden, die die Ergebnisse einer Periode (z. B. Jahr) beschreibt. Eine in der Versicherungswirtschaft übliche differenziertere Betrachtung ist möglich, wenn ein Risiko durch zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen

[8] Ein Grundmodell zur Beschreibung einer Versicherungslösung erläutert *Nguyen* (2007), S. 16–33.

[9] Vgl. *Arrow* (1971) sowie *Doherty und Richter* (2002).

[10] Die Nichtbeobachtbarkeit von Schadenverhütungsmaßnahmen führt zu einer Fehlallokation von knappen Ressourcen, da Versicherungen als Instrument der Risikobewältigung in zu großem Umfang und Schadenverhütungsaktivitäten in zu geringem Umfang eingesetzt werden. Das Bereicherungsverbot stellt sicher, dass der Versicherte im Schadenfall nicht besser gestellt werden kann als im Nicht-Schadenfall.

[11] Siehe *Akerlof und Yellen* (1987), *Rothschild und Stiglitz* (1976) sowie *Wilson* (1977).

beschrieben wird, die dann erst wieder im zweiten Schritt auf eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Periodenwirkung verdichtet werden. Dabei beschreibt man das Risiko durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Häufigkeit des Risikoeintritts in einer Periode und eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Schadenhöhe je eingetretenen Risikofall (Schadenfall).

2.2.1 Poissonverteilung

Die Poissonverteilung kann verwendet werden für die Quantifizierung des Auftretens seltener Ereignisse (z. B. Schadenereignisse bei einer Versicherung innerhalb eines Jahres). Die Poissonverteilung wird immer dann eingesetzt, wenn nur die Häufigkeit oder der Durchschnitt von Häufigkeiten für das Eintreten eines Ereignisses während einer bestimmten Zeitspanne bekannt sind.[12]

Die Poissonverteilung ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung, die positiven reellen Zahlen folgende Wahrscheinlichkeiten zuordnet.

$$P_\lambda(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

Die Verteilungsfunktion der Poissonverteilung lautet:[13]

$$F_\lambda(x) = \sum_{k=0}^{x} P_\lambda(k) = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{x} \frac{\lambda^k}{k!}$$

Die Poissonverteilung wird durch die Angabe lediglich eines Parameters λ exakt beschrieben, der sowohl den Erwartungswert $E(X)$ als auch die Varianz $VAR(X)$ repräsentiert.

Die Summe von poissonverteilten unabhängigen Zufallsvariablen mit Parametern λ_i ist wiederum poissonverteilt mit Parameter $\sum \lambda_i$ (Reproduktivitätseigenschaft).

2.2.2 Negative Binomialverteilung

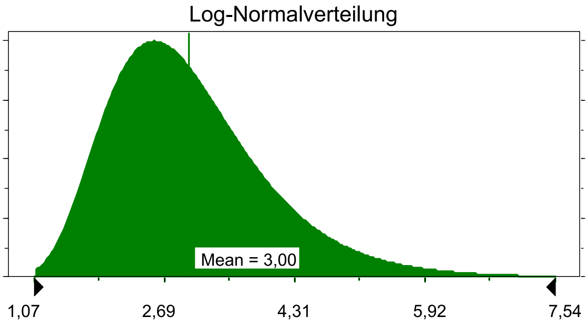
Eine Zufallsvariable N heißt negativ-binomialverteilt zu den Parametern $p \in (0, 1)$ und $r > 0$, falls

$$P(N = k) = \binom{k + r - 1}{k} p^r (1 - p)^k \quad \text{für } k \in \mathbb{N}_0$$

[12] Wenn das zeitliche Eintreffen seltener Ereignisse einen Poissonprozess bildet, folgen die Zeitintervalle zwischen den Ereignissen einer Exponentialverteilung.

[13] Für große n und kleine p und wenn nxp gegen eine Konstante strebt, kann die Binomialverteilung durch die Poissonverteilung (mit $\lambda = nxp$) angenähert werden. Als Faustregel gilt, dass die Näherung bei $n > 50$, $p < 0{,}1$ und $nxp < 5$ hinreichend gut ist. Für große λ wiederum kann die Poissonverteilung durch eine Normalverteilung mit Erwartungswert λ und Standardabweichung $\sqrt{\lambda}$ approximiert werden.

Abb. 2 Log-Normalverteilung mit Erwartungswert = 3 und Standardabweichung = 1



Die negative Binomialverteilung dient wie die Poissonverteilung im Kollektiven Modell häufig als Modellierung der Schadenzahl. Diese Verteilung weist zwei Parameter auf und kann deshalb besser an gegebene Daten angepasst werden.[14]

2.2.3 Normalverteilung und Lognormalverteilung

Der Logarithmus einer lognormal verteilten Zufallsvariable ist gerade normalverteilt. Lognormalverteilte Zufallsvariablen ergeben sich aus dem Produkt einer großen Anzahl voneinander unabhängiger (jeweils kleiner) Zufallsvariablen. Die Lognormalverteilung findet bei positiven Daten Verwendung, deren eingipflige, aber asymmetrische (rechtsschiefe) Verteilung eine zugrunde liegende Normalverteilung ausschließt.

Die Dichtefunktion f_Λ der Lognormalverteilung ergibt sich aus dem Transformationssatz für Dichten mit $y = \ln x$ aus der Dichte f_N der Normalverteilung und es gilt für $x > 0$:

$$f_\Lambda(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Hierbei bezeichnen σ die Standardabweichung und μ den Erwartungswert der normalverteilten Zufallsvariablen $\ln X$, also nicht (!) Erwartungswert $E(X)$ und Standardabweichung der Lognormalverteilung (Abb. 2).[15,16]

[14] Vgl. *Rieder* (2005), S. 22. Eine weitere Verteilung, die man oft im Versicherungswesen benutzt, ist die Poisson-Inverse Gauß-Verteilung, die sich als Poissonmischung mit der inversen Gaußverteilung als Strukturfunktion ergibt.

[15] Dabei gelte für die Parameter μ und σ, dass beide aus den reellen Zahlen und σ zusätzlich größer als 0 sei. Für $x \leq 0$ beträgt die Dichte stets 0.

[16] Neben der zweiparametrigen Lognormalverteilung $\Lambda(\mu;\sigma^2)$ existiert noch eine dreiparametrige Variante $\Lambda(\lambda;\mu;\sigma^2)$. Zusätzlich zum Skalenparameter μ und zum Formparameter σ tritt der Lageparameter λ hinzu, und man spricht von einer dreiparametrig lognormalverteilten Zufallsvariablen X, wenn die Zufallsvariable $Y = \ln(X-\lambda)$ normalverteilt ist gemäß $N(\mu;\sigma^2)$. Die zweiparametrige Version ist ein Spezialfall der dreiparametrigen (mit $\lambda = 0$).

Der Erwartungswert[17] beträgt[18]

$$E(X) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$$

und die Standardabweichung

$$\sigma(x) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{e^{2\mu+\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)}$$

Die Lognormalverteilung zeichnet sich analog zur Additivität der Normalverteilung durch ihre Stabilität unter Multiplikation und Division aus: Das Produkt unabhängiger lognormalverteilter Zufallsvariablen ist ebenfalls lognormalverteilt.

2.3 Gesamtschadenmodellierung

Beim Kollektiven Modell geht man von zwei grundlegenden Annahmen aus:

- Schadenhöhe pro Schadenfall ist unabhängig und identisch verteilt,
- Schadenhöhe ist unabhängig von der Schadenzahl.

In manchen Fällen stellen diese Voraussetzungen jedoch eine deutliche Vereinfachung der Realität dar.[19] In den meisten Fällen kann man aber das Kollektive Modell anwenden. Wie *Mack* behauptet, ist es „das grundlegende Modell der Risikotheorie und hat deren Entwicklung und Erfolg entscheidend mitgeprägt."[20]

Der Gesamtschaden wird mit den Zufallsvariablen N der Schadenzahl und X_i der zugehörigen Schadenhöhe dargestellt als

$$S = \sum_{i=1}^{N} X_i .$$

Im folgenden Satz werden die beiden ersten Momente mit Hilfe der wahrscheinlichkeits- und momenterzeugenden Funktion hergeleitet.

[17] Der Median einer Lognormalverteilung liegt bei e^{μ}.

[18] Sind nun die Parameter der Lognormalverteilung von X bekannt, ermitteln sich die Parameter der normalverteilten Zufallsvariablen $\ln X$ wie folgt:

$$\sigma^2 = \ln\left(\frac{VAR(X)}{(E(X))^2} + 1\right)$$

$$\mu = \ln\bigl(E(X)\bigr) - \ln\left(\left(\frac{VAR(X)}{(E(X))^2} + 1\right)^{\frac{1}{2}}\right) = \ln \frac{E(X)}{(\frac{VAR(X)}{(E(X))^2} + 1)^{\frac{1}{2}}}.$$

[19] Beispielsweise kann man im Winter bei Glatteis oft beobachten, dass bei einer relativ hohen Anzahl von Kfz-Unfällen gleichzeitig relativ niedrige Schäden auftreten. Dies könnte dazu führen, dass eine hohe Anzahl N von Schäden eine niedrige Höhe X von Schäden nach sich zieht (was die zweite Annahme verletzt).

[20] Vgl. *Mack* (1997), S. 107.

Satz:[21]

Existiert die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion $\varphi_N(s)$ für die Schadenzahl $0 \leq s \leq \eta$ mit $\eta > 1$ und die momenterzeugende Funktion $\psi_X(t)$ der Einzelschadenhöhen repräsentierenden Zufallsvariablen X für $0 \leq t \leq \delta$ mit $\delta > 0$, so gilt für die momenterzeugende Funktion $\psi_S(t)$ des Gesamtschadens S

$$\psi_S(t) = \varphi_N\big(\psi_X(t)\big), \quad t \in I,$$

wobei I ein geeignetes, die Null enthaltendes Intervall bezeichnet mit der Eigenschaft, dass $\psi_X(I) \subseteq [0, \eta]$ ist. Ist X diskret mit Werten in $\mathbb{N}$, so gilt auch

$$\varphi_S(t) = \varphi_N\big(\varphi_X(t)\big), \quad t \in e^t \cup [0, 1].$$

Insbesondere existieren alle Momente des Gesamtschadens S und es lässt sich folgender Zusammenhang beweisen:

$$E(S) = E(N) \cdot E(X)$$

$$Var(S) = E(N) \cdot Var(X) + Var(N) \cdot \big(E(X)\big)^2$$

Mit Hilfe dieses Satzes kann man aus den bekannten Momenten der Verteilungen der Schadenzahl und Schadenhöhe auch die Momente der Gesamtschadenverteilung bestimmen. Schwieriger ist es dagegen die Gesamtschadenverteilung selbst zu errechnen. Man bekommt zwar die Darstellung mit der Gesamtschadenverteilung

$$G(S) = P(S \leq s) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N = n) \cdot P(S \leq s | N = n) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N = n) \cdot F^{*n}(s),$$

wobei $F(x) = P(X \leq x)$ die Verteilungsfunktion von X ist und F^{*n} ihre n-fache Faltung mit der Konvention $F^{*0}(x) = 0$ für $x < 0$ und $F^{*0}(x) = 1$ für $x \geq 0$.

Ein explizites Ausrechnen dieser unendlichen Summe von Faltungspotenzen ist aber nur in sehr wenigen unrealistischen Fällen möglich.[22] Deshalb wird die Gesamtschadenverteilung normalerweise mit numerischen Verfahren approximiert.

2.4 Metarisiken und ihre Varianten

Die Vernachlässigung von Parameterunsicherheiten der für die Risikobeschreibung genutzten Verteilung (Metarisiken), die sowohl bei subjektiven Schätzungen von Parametern, wie auch bei Parametern, die aus historischen Daten abgeleitet werden, auftritt, führt zu einer unangemessenen Unterschätzung eines Risikos. Die Erfassung solcher Metarisiken ist für eine korrekte Einschätzung des Risikoumfangs erforderlich und sie resultieren ursächlich aus Irrtums- und Änderungsrisiko sowie Risiko aufgrund asymmetrischer Informationsverteilung.[23]

[21] Vgl. *Pfeifer* (2003), S. 60 f.

[22] Vgl. *Mack* (1997), S. 108.

[23] In Anlehnung an *Gleißner* (2011b).

Arten von Metarisiken		Verteilungstyp	
		Bekannt	*Wahrscheinlichkeitsverteilungen alternativer Typen abschätzbar*
Parameter	*Bekannt*	Klassischer Risikofall	Metarisiko Typ-2
	Als Wahrscheinlichkeitsverteilung abschätzbar	Metarisiko Typ-1	Metarisiko Typ-3

Abb. 3 Arten von Metarisiken (Vgl. *Gleißner* (2009))

Bei Metarisiken wird unterschieden zwischen Bekanntheit bzw. Unbekanntheit des Typs der Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie Bekanntheit bzw. Unbekanntheit der Parameter. Im klassischen Risikofall der Entscheidungstheorie sind sowohl der Typ der Wahrscheinlichkeitsverteilung als auch sämtliche Parameter sicher bekannt. Als Metarisiko vom Typ I wird der Fall bezeichnet, dass zwar die Wahrscheinlichkeitsverteilung als sicher bekannt angenommen werden kann, die Parameter aber selbst den Charakter von Zufallsvariablen haben. Beim Metarisiko vom Typ II wird unterstellt, dass mehrere Wahrscheinlichkeitsverteilungen (mit sicher bekannten Parametern) als möglich erachtet werden, allerdings die Wahrscheinlichkeit, dass eine entsprechende Verteilung vorliegt, unbekannt ist. Damit besteht ein Risiko zweiter Ordnung, also ist es erforderlich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung zu modellieren, die die Wahrscheinlichkeit für die jeweilige Wahrscheinlichkeitsverteilung erster Ordnung beschreibt. Das Metarisiko vom Typ III kombiniert die Fälle von Typ I und Typ II. Das heißt, es besteht zunächst Unsicherheit hinsichtlich der Gültigkeit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung (was eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Wahrscheinlichkeitsverteilung erforderlich macht) und für jede der Wahrscheinlichkeitsverteilungen (1. Ordnung) besteht wiederum Unsicherheit über die Modellparameter, die hier auch wiederum als Zufallsvariable aufgefasst werden (Abb. 3).

Bei der für die Risikoquantifizierung maßgeblichen Prognoseunsicherheit von Schadenzahl und Schadenhöhe sind verschiedene Quellen zu unterscheiden.[24] Zunächst besteht die Möglichkeit, dass das zur Prognose verwendete Modell vom tatsächlichen Datengenerierungsprozess abweicht („Modellunsicherheit"). Aufgrund von Vorläufigkeit der Daten und Messproblemen besteht zudem die Möglichkeit, dass die Startwerte, auf denen die Prognosen aufsetzen, (noch) nicht korrekt sind („Datenunsicherheit"). Zudem basieren viele Prognosen auf Annahmen bezüglich exogener Modellvariablen, die separat zu prognostizieren sind und fehlerhaft sein können („Exogene Unsicherheit"). Schließlich können außergewöhnliche stochastische Schocks die im Modell angenommenen grundlegenden Zusammenhänge zwischen den relevanten Größen mehr oder weniger stark beeinträchtigen („Residuenunsicherheit"). Und schließlich ist grundsätzlich zu beachten, dass in Anbetracht der Begrenztheit des Stichprobenumfangs die Schätzung der Modellparameter, die im Rahmen des Prognosemodells verwendet werden, unsicher sind („Schätzunsicherheit"). Auch mögliche Verhaltensänderungen Dritter, beispielsweise Reaktionen auf

[24] Siehe auch Monatsbericht der *Deutschen Bundesbank*, Dezember 2007 sowie ergänzend *Kerr* (2006).

die eigenen Maßnahmen (so genannte „Verhaltensrisiken“ bzw. der oben erwähnte „moral hazard“), können zu Metarisiken führen.[25]

Zu beachten ist hierbei, dass auch eine scheinbar objektive Risikoquantifizierung einen oft übersehenen erheblichen Umfang subjektiver Einschätzung als Grundlage hat.[26] So ist beispielsweise schon die Abgrenzung der auszuwertenden (Schaden-) Daten oder des Betrachtungszeitraums letztlich eine subjektive Entscheidung. Auch bei dem Grad der Inflationsindexierung historischer Schadendaten oder der Behandlung von Ausreißern besteht erheblicher Interpretationsspielraum. Die Auswahl der zu testenden Hypothesen über den Verteilungstyp, die verwendeten Testverfahren (etwa Kolmogorow-Smirnow-Test oder Chi-Quadrat-Test bei der Normalverteilung) und der Tiefgang der Prüfung von Anwendungsvoraussetzungen dieses Tests lassen erhebliche Ermessensspielräume. Eine perfekte Objektivität bei der Risikoquantifizierung ist also keinesfalls gegeben – sinnvoller ist es daher, überhaupt nur von intersubjektiver Nachprüfbarkeit bei der Risikoquantifizierung auszugehen. Damit sind Metarisiken allgegenwärtig.

2.5 Statistische Tests und Bayesianisches Lernen

Notwendig ist bei allen diesen statistischen Tests ein Umgang mit Wahrscheinlichkeiten und insbesondere mit sogenannten „bedingten Wahrscheinlichkeiten“ – und gerade hier zeigt die psychologische Forschung, dass Menschen vor allem in Bezug auf Prognosefähigkeiten erhebliche Schwächen aufweisen und demzufolge Fehlurteile die Regel sind. Aber auch die Anwendung statistischer Testverfahren kann zu Fehleinschätzungen führen. Um für die Probleme bei der Interpretation und entscheidungsorientierten Auswertung vorliegender Daten etwas zu sensibilisieren, wird im weiteren Verlauf an beispielhaften Situationen der Umgang mit (bedingten) Wahrscheinlichkeiten und die Relevanz des sogenannten Bayes-Theorems etwas näher erläutert.

Entscheidungen basieren auf Vermutungen (Hypothesen) bezüglich der Gültigkeit bestimmter Sachverhalte (oder Regeln), z. B. der Parameter der Verteilung(en), die das Zufallsrisiko beschreiben. Das Lernen aus Erfahrung und die Verbesserung der Qualität der Vermutungen über die Sachzusammenhänge sind ganz wesentlich und erfordern eine kontinuierliche Überprüfung der Vermutungen anhand (neuer) Daten.[27] Neue Daten sind z. B. neue gemeldete Schadenfälle.

Das Bayes-Theorem zeigt die Zusammenhänge zwischen Wahrscheinlichkeiten und hilft insbesondere, entscheidungsrelevante Schlussfolgerungen aus vorliegenden Daten abzuleiten.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

[25] Vgl. beispielsweise die spieltheoretischen Überlegungen bei *Bieta et al.* (2006).

[26] Vgl. *Sinn* (1980).

[27] Das dem sogenannten „kritischen Rationalismus“ zugrundeliegende Prinzip der Falsifikation, also der kritischen Prüfung von Hypothesen, wurde von Karl R. Popper entwickelt und ist heute das dominierende Prinzip der Wissenschaftstheorie.

Die Relevanz des Bayes-Theorems bei empirischen Tests (z. B. bei einer Risikoanalyse in Unternehmen oder medizinischen Diagnosen) oder statistischen Datenanalysen wird deutlich, wenn man sich die beiden möglichen Fehlerquellen der Datenauswertung bewusst macht. Ein statistischer Fehler erster Art liegt vor, wenn die formulierte Vermutung (sog. Nullhypothese) anhand vorliegender Daten abgelehnt wird, obwohl diese wahr ist. Vom statistischen Fehler zweiter Art spricht man dagegen, wenn die Nullhypothese akzeptiert wird, obwohl diese falsch ist. Bei Schlussfolgerungen aufgrund von aktuellen empirischen Ergebnissen (z. B. eigenen Erfahrungen) werden oft frühere Schlussfolgerungen (aus der Datenhistorie) nicht betrachtet. Da es kein endgültig gesichertes Wissen gibt, basieren Handlungen und Entscheidungen letztlich immer auf empirisch mehr oder weniger gut gesicherten Hypothesen, deren „empirische Bewährung" (oder „Wahrscheinlichkeit") natürlich offenkundig von Bedeutung ist.

3 Beurteilung der Angemessenheit von Prämienanpassungen

Liegen nach Abschluss eines Versicherungsvertrags (z. B. nach einem Jahr) neue Schadendaten vor, gibt es drei relevante Strategien für eine nachvollziehbare Adjustierung der Versicherungsprämie – also für die Berücksichtigung der neuen Informationen im Rahmen der Prämiengestaltung:

1. *Neuberechnung*: Die Versicherungsprämie wird für die Zukunft neu berechnet, wobei die gleiche Methodik angewandt wird wie bei der letzten Berechnung der Versicherungsprämie. Bei dieser Neufestsetzung der Versicherungsprämie wird damit die ursprünglich vereinbarte Versicherungsprämie komplett ignoriert (Fall A).
2. *Adjustierung der bisherigen Versicherungsprämie*: Unter Berücksichtigung der neuen Informationen (Schadendaten) erfolgt ausgehend von der bisherigen Versicherungsprämie eine Adjustierung, um zur neuen Versicherungsprämie zu gelangen. Methodisch kann man eine derartige Adjustierung als einen bayesianischen Lernprozess auffassen (siehe Abschn. 2.5) (Fall B).
3. *Test der bisherigen Versicherungsprämie*: Bei diesem Vorgehen erfolgt unter Berücksichtigung der neuen Schadendaten ein statistischer Test derjenigen Annahmen, die der bisher berechneten Versicherungsprämie zugrunde gelegen haben. Die Annahmen und damit die Versicherungsprämie wird beibehalten, solange mit den neuen Schadendaten die als Nullhypothese aufzufassenden Annahmen über die bisherige Verteilung von (a) Schadenhäufigkeit und (b) Schadenhöhe je Schadenfall oder – alternativ – (c) die Gesamtschadenverteilung pro Zeiteinheit nicht zu einem vorgegebenen Signifikanzniveau verworfen werden (Fall C).

Speziell aus vertragstheoretischer Sicht und im Sinne der Kalkulationssicherheit mag man für die Anwendung von der Methodik aus Fall C sprechen, die relativ „konservativ" ist. Neue Informationen führen damit nur dann zu einer Veränderung der vereinbarten Vertragsbedingung, wenn die bisherige Vertragsgrundlage (die Annahmen über die Schadenverteilung) statistisch signifikant zu verwerfen sind. Nachfolgend wird dieser Fall C in einem Fallbeispiel erläutert.

Die Trennung von zufallsbedingten und sonstigen (systematischen) Abweichungen zwischen den eingetretenen und den erwarteten Schadenbelastungen erfordert statistische Daten. Dies bedeutet, dass eine diesbezügliche Aufspaltung nicht mit letztendlicher Sicherheit möglich ist. Es lässt sich jedoch angeben, ob mit „überwiegender Wahrscheinlichkeit" davon ausgegangen werden muss, dass infolge des tatsächlich beobachteten Schadenverlaufs die ursprünglichen Hypothesen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Schadenhäufigkeit und Schadenhöhen zu modifizieren sind. Notwendig ist hier zunächst einmal Transparenz darüber zu schaffen, auf welcher Grundlage (Hypothese und Daten) die Versicherungsprämie und der zugrundeliegende Schadenerwartungswert überhaupt kalkuliert worden sind. Basierend auf statistischen Analysen oder auch (fundierten) Expertenschätzungen und Benchmarks werden dabei zunächst Parameter für Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe festgelegt, die den Erwartungswert der Schadenhöhe und damit die Versicherungsprämie erklären können. Idealerweise geschieht dies schon vor dem Abschluss der Versicherung, im Notfall kann eine Rekonstruktion ex post vorgenommen werden.

Grundidee der Methodik ist es nun anzunehmen, dass die ursprüngliche Hypothese über Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe richtig waren (Fall C). In Analogie zu üblichen statistischen Hypothesentests wird anschließend überprüft, ob der tatsächlich eingetretene Schadenverlauf „statistisch signifikant" von dem Schadenverlauf abweicht, der zu erwarten wäre. Im einfachsten Fall wird die ursprüngliche Hypothese über die Verteilung von Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe so lange akzeptiert,[28] solange diese Hypothese zu einem vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsniveau (Konfidenzniveau) nicht zu verwerfen ist. Ein derartiger Ansatz führt zu einer ausgeprägten, konservativen und stabilen Entwicklung von Versicherungsprämien – und damit zu einer guten und nachhaltigen Kalkulierbarkeit der Versicherungskosten durch den Versicherungsnehmer. Die Versicherungsprämie wird nur angepasst, wenn es dafür zwingende Gründe gibt – es gilt Fall C!

Der statistische Hypothesentest ist dabei zweigeteilt. Untersucht wird sowohl Schadenhäufigkeit als auch die Schadenhöhe in den eingetretenen Schadenfällen. Bei beiden für die aggregierte Gesamtschadenverteilung maßgeblichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen ist es möglich, die ursprünglich für die Prämienkalkulation zugrundeliegende Hypothese zu verwerfen. Diese differenzierte Betrachtung hat einige wesentliche praktische Vorteile: So wird beispielsweise eine erhöhte Schadenbelastung, die bei einem selten eintretenden Risiko durch einen singulären Großschaden ausgelöst wurde, lediglich ein recht schwaches Indiz für eine Fehleinschätzung der Schadenwahrscheinlichkeitsverteilungen sein. Ein derartiger Einzelfall kann schlicht Zufall („Pech") gewesen sein und es gibt hier keine statistisch gesicherte Rechtfertigung für eine Prämienerhöhung. Sollte eine vergleichbar große Abweichung der tatsächlichen Schadenhöhe von der erwarteten Schadenhöhe allerdings dadurch ausgelöst worden sein, dass im letzten Geschäftsjahr zwanzig anstelle der erwarteten zehn Schadenfälle eingetreten sind, ist dies ein statistisch sehr starkes Indiz dafür, dass die Annahmen über die Schadenwahrscheinlichkeitsverteilungen falsch waren. Dies rechtfertigt eine Anpassung der Kalkulation und damit auch der Versicherungsprämie.

[28] Und damit ceteris paribus auch die Versicherungsprämie konstant gehalten.

Der bisher erläuterte (Basis-) Ansatz zur Trennung von zufallsbedingten und sonstigen Abweichungen der eingetretenen Schadenhöhe ist – wie erwähnt – „konservativ“. Neue Informationen werden erst berücksichtigt, wenn diese „zwingend“ oder „statistisch signifikant“ eine Anpassung erfordern. Es wird also zunächst immer davon ausgegangen, dass die bisherigen Hypothesen solange als richtig anzusehen sind, bis das Gegenteil (mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit) belegt ist. Den Grad der Konservativität kann man dabei natürlich steuern durch das für den Hypothesentest vorgegebene Wahrscheinlichkeitsniveau (das Konfidenzniveau). So kann beispielsweise vereinbart werden, die bisherigen Hypothesen über das versicherte Risiko (und die sich daraus ergebenden Prämien) anzupassen, wenn sie

1. mit 90 %iger Sicherheit in Anbetracht des historischen Schadenverlaufs zu verwerfen ist oder aber
2. wenn sich nur mit 50 %iger Wahrscheinlichkeit (überwiegende Wahrscheinlichkeit) die bisherige Hypothese als unzutreffend herausstellt.

Wann immer die bisherige Hypothese verworfen wird, erfolgt eine quantitative Neukalkulation der Häufigkeits- und Schadenverteilung des versicherten Risikos und eine entsprechende Anpassung der Prämien (Übergang zu Fall A).

Es wurde schon erwähnt, dass es alternativ zu diesen Varianten A und C eine weitere Möglichkeit (Fall B) gibt, neue Informationen aus dem tatsächlichen Schadenverlauf in der Quantifizierung der Risiken und der Prämienkalkulation zu berücksichtigen. Diese Ansätze basieren auf dem oben erwähnten „Bayesianischen Lernen“, bei dem die bisherige Risikoquantifizierung grundsätzlich nur als vorläufig verstanden wird und jegliche neue Information genutzt wird, um eine Verbesserung der Risikoquantifizierung zu erreichen. In diesem Fall werden regelmäßig (z. B. einmal im Jahr) sämtliche neue Informationen genutzt, um die mit den insgesamt damit zur Verfügung stehenden Informationen bestmögliche Neueinschätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilung für Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe zu erreichen.

Nachfolgend in Abschn. 4 wird anhand eines einfachen knapp zusammengefassten Fallbeispiels gezeigt, wie die hier diskutierte und vorgestellte Grundidee zur Separierung zufallsbedingter und sonstiger Abweichungen vom Schadenerwartungswert in der Praxis genutzt werden kann. Dabei orientiert sich das Beispiel am Hypothesentest, also Fall C. Um die Darstellung nicht mit unnötigen und in der entsprechenden statistischen Fachliteratur nachlesbaren Details zu überfrachten, wird hier lediglich das Grundkonzept des Ansatzes verdeutlicht.

4 Fallbeispiel: Prämienverhandlung der Waldenbucher Automotive AG

Im Fallbeispiel betrachtet wird die Haftpflichtversicherung eines großen Automobilzulieferunternehmens, der Waldenbucher Automotive AG. Die Waldenbucher Automotive AG hat eine Haftpflichtversicherung abgeschlossen. Basierend auf der indexierten Schadenhistorie der letzten zehn Jahre und Branchenbenchmarkwerten wurde eine Versicherungsprämie von 60 Tsd. Euro vereinbart, bei einem Selbstbehalt von 5 Tsd. Euro je Schadensfall. Die Angemessenheit dieser Versicherungsprämie wurde im Vorfeld des Vertragsabschlusses durch eine vom Versicherungsnehmer gemeinsam mit seinem Makler durchgeführten Analyse überprüft: Ebenfalls ausgehend von der Schadenhistorie des Unternehmens und unter Berücksichtigung von Branchenbenchmarkwerten sowie einigen strukturellen Veränderungen im Unternehmen selbst kam man zu folgender quantitativen Einschätzung des Haftpflichtrisikos:

- Es wird von einer mittleren Häufigkeit der Schadenfälle von 6 pro Geschäftsjahr ausgegangen. Unter der Annahme einer Poissonverteilung für die Schadenhäufigkeit wurde diese Verteilung entsprechend mit einem Parameter $\lambda = 6$ operationalisiert.
- Beim „mittleren Schadenfall“[29] wird von einer Schadenhöhe von 10 Tsd. Euro ausgegangen („Erwartungswert“). Ausgehend von eingetretenen Extremschäden und einem mit Fachexperten ermittelten Schätzer für den Probable Maximum Loss (PML) wurde ein Wert für die Extremschadenhöhe von ca. 130 Tsd. Euro ermittelt.[30]
- Entsprechend der mittleren Schadenhöhe und der Extremschadenhöhe wurden die Parameter für die Beschreibung der Log-Normalverteilung ermittelt, die damit eine Standardabweichung von 50 Tsd. Euro aufweist.[31]

Die Quantifizierung des Risikos erfolgte vor Versicherungsabschluss in einem Kontext eines kompakten „Total-Cost-of-Risk-Projektes“, bei dem sowohl historische Schadendaten als auch Expertenschätzungen und Benchmarkwerte verarbeitet wurden.

In diesem ersten Projekt für eine Verbesserung der Quantifizierung der Risiken wurden allerdings die oben erwähnten Metarisiken – insbesondere Unsicherheit der Modellparameter – noch nicht berücksichtigt. Die Waldenbucher Automotive AG sieht dies erst für eine weiterführende Stufe zum Ausbau des Versicherungsmanagements und der dort genutzten quantitativen Instrumente vor. Aber auch schon mit der im Rahmen dieses Projektes durchgeführten Risikoquantifizierung ist es möglich, die später vereinbarte Versicherungsprämie zu plausibilisieren. Dazu wurde eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Bei der Monte-Carlo-Simulation wurde für ein Geschäftsjahr eine große repräsentative Anzahl möglicher Schadenszenarien berechnet und analysiert. In dem zweistufigen Verfahren wurde dabei zunächst in hunderttausend Szenarien (Simulationsläufen) die jeweils eingetretene (unsichere) Anzahl der Schadenfälle berechnet. Für jeden der eingetretenen Schadenfälle wurde in einem zweiten Simulationsschritt – unter Nutzung der Log-Normalverteilung – die Schadenhöhe simuliert. Die Verdichtung der Verteilung für Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe führt zu der nachfolgend abgebildeten Verteilung der Haftpflichtschäden innerhalb eines Jahres (Abb. 4).

Man erkennt, dass der Schadenerwartungswert ca. 60 Tsd. Euro beträgt und mit 99 %iger Sicherheit (entspricht einem Zielrating BB) eine Schadenbelastung von 442 Tsd. Euro (Value-at-Risk) nicht überschritten wird. Dieses Risikomaß kann als Risikokapital (Risk Adjusted Capital, RAC) oder Eigenkapitalbedarf zum Tragen des

[29] Der Median der Log-Normalverteilung als „typischer Schaden“ liegt damit bei nur ca. 2 Tsd. Euro.

[30] Ausgedrückt durch das 99 %-Quantil der Log-Normalverteilung (genauer: 134 Tsd. Euro).

[31] Vgl. Fn (19); für den Erwartungswert der Log-Normalverteilung folgt damit $E(X) = 10$ Tsd. Euro, für die Standardabweichung $\sigma(X) = 50$ Tsd. Euro.

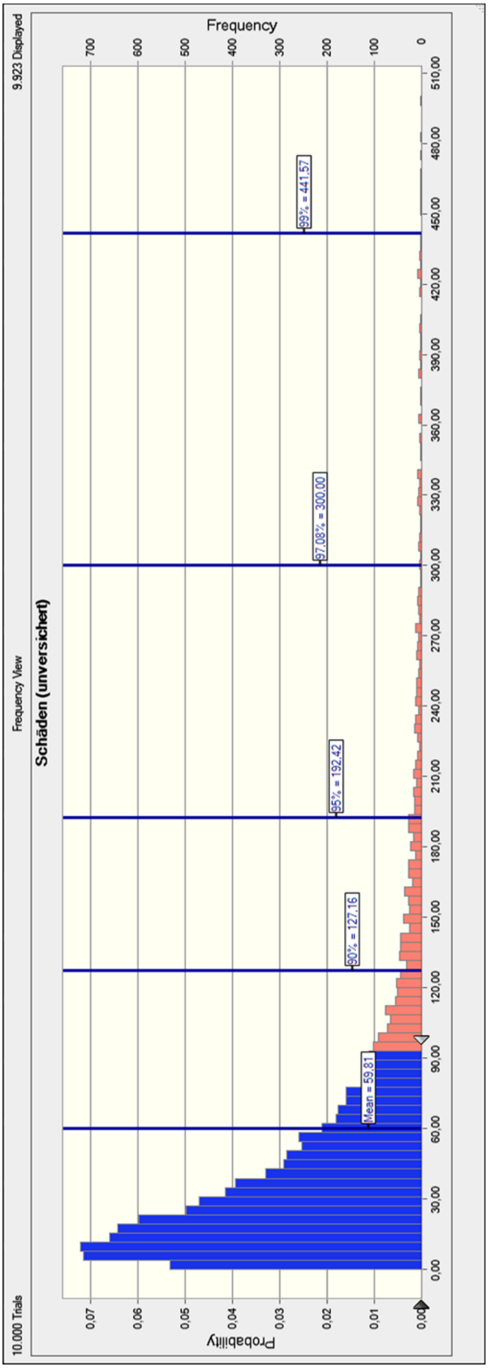


Abb. 4 Gesamtschadenverteilung G

	Versicherung			Risiko		TCR
	SB	DG	Prämie	Selbst zu tragender Schaden	Eigenkapitalbedarf (RAC/VaR)	
Basisszenario: keine Versicherung	–	–	0	60	442	**104**
Versicherung	5	–	60	15	36	**79**

TCR = Prämie + selbst zu tragender Schaden + 10 % des RAC

Abb. 5 Total-Cost-of-Risk-Berechnung (SB: Selbstbehalt; DG: Deckungsgrenze; RAC: Risk Adjusted Capital; VaR: Value-at-Risk)

Risikos aufgefasst werden. Durch eine Versicherung soll die komplette Schadenverteilung auf eine Versicherungsgesellschaft gegen Zahlung einer Versicherungsprämie transferiert werden, wobei hier in der vereinfachten Darstellung des Fallbeispiels von einer Optimierung der Selbstbehalte und Deckungsgrenzen abgesehen wird.

Die für die Übernahme des Risikos (unter vergleichbaren Bedingungen) im günstigsten Fall erzielbare Versicherungsprämie beträgt, wie oben erwähnt, 65 Tsd. Euro, also über dem Schadenerwartungswert der Schäden von 45 Tsd. Euro, die die Versicherung unter Berücksichtigung des Selbstbehalts (SB) übernimmt – 15 Tsd. Euro verbleiben beim Versicherungsnehmer (was eine ergänzende Simulation mit dem Versicherungsschutz zeigt). Durch die Inanspruchnahme von Risikokapital beim Versicherer, die Verwaltungskosten und Versicherungssteuer sowie Gewinne, führt das Abschließen der Versicherung – wie üblich – zu einem Absinken des Erwartungswerts der Unternehmensgewinne. Die Versicherungsprämie ist höher als der Erwartungswert der ohne Versicherung selbst zu tragenden Schäden. Dennoch ist das Abschließen dieser Versicherung ökonomisch sinnvoll, was die Berechnung des „Total Cost of Risk“ bzw. des Wertbeitrags der Versicherung belegt. Bei der Berechnung des Wertbeitrags der Versicherung wird nämlich berücksichtigt, dass das Unternehmen zur Abdeckung der möglicherweise eintretenden Schäden teures und knappes Eigenkapital vorhalten muss.

Im Fallbeispiel wird damit kalkuliert, dass das Unternehmen im Falle der Selbsttragung der Haftpflichtschäden Eigenkapital (RAC) in Höhe von 442 Tsd. Euro[32] vorhalten muss, was bei einer angenommenen Verzinsung von 10 %[33] zu kalkulatorischen Eigenkapitalkosten (Wagniskosten)[34] von ca. 44 Tsd. Euro führt. Die Total Cost of Risk (TCR) in den Fällen „mit Versicherung“ und „ohne Versicherung“ im Vergleich zeigt Abb. 5.

Die Berechnung der TCR zeigt, dass das Abschließen der Versicherung grundsätzlich sinnvoll ist. Bei der Waldenbucher Automotive AG traten jedoch am Ende des ersten Jahres Probleme auf. Im letzten Geschäftsjahr sind folgende acht Haftpflichtschadenfälle eingetreten und von der Versicherung reguliert worden (Abb. 6).

[32] Unter Vernachlässigung von Diversifikationseffekten mit anderen Risiken.

[33] Der Eigenkapitalkostensatz wurde hergeleitet über den Einbezug eines für die Firma angestrebten Zielratings von BB, was einer Insolvenzwahrscheinlichkeit von 99 % entspricht. Zur Herleitung risikoadjustierter Kapitalkosten siehe *Gleißner* (2011).

[34] Siehe *Gleißner* (2011a), *Gleißner und Wolfrum* (2008) sowie *Gleißner* (2007).

Abb. 6 Schadendaten

2	35	2	29
4	9	13	1

Man sieht unmittelbar, dass die tatsächlich eingetretenen Schäden in der Summe 95 Tsd. Euro betragen, wovon die Versicherung nach Berücksichtigung des SB (5 Tsd. Euro je Schadensfall) 62 Tsd. Euro übernimmt – dies liegt deutlich (37 %) über der Erwartung (45 Tsd. Euro) und sogar oberhalb der Versicherungsprämie.

Wie üblich möchte die Versicherungsgesellschaft für das Folgejahr eine höhere Versicherungsprämie erhalten mit der Argumentation, dass die tatsächlichen Risiken höher als zunächst angenommen seien, also ein „Metarisiko" bestand, das sich in den neuen Schadendaten manifestiert. Vorgesehen ist nun eine Prämienerhöhung um 35 %, weil die Schadensbelastung im letzten Jahr klar über dem kalkulierten Erwartungswert läge (60 Tsd. Euro Gesamtschaden bzw. 45 Tsd. Euro für die Versicherungsgesellschaft). Ist dies in Anbetracht der Datenlage angemessen? Dies wurde von der Waldenbucher Automotive AG im Rahmen eines Projekts analysiert, um mit den hier abgeleiteten nachvollziehbaren Daten in die Verhandlung mit der Versicherungsgesellschaft eintreten zu können.

Neben der separaten Überprüfung der Hypothesen bezüglich der Wahrscheinlichkeitsverteilung von Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe kann natürlich (vereinfacht) zunächst die aggregierte Verteilung der Schadenhöhe in einem Geschäftsjahr betrachtet werden. Bei diesem einfacheren Vorgehen wird nur überprüft, mit welcher Wahrscheinlichkeit bei Gültigkeit der Annahmen über beide Verteilungen in einem Geschäftsjahr eine Schadenhöhe erreicht wird, die mindestens der tatsächlich beobachteten Schadenhöhe entspricht. Ist das Überschreiten der eingetretenen Schadenhöhe „sehr unwahrscheinlich", ist dies ein starkes Indiz für eine Fehleinschätzung bei Schadenhäufigkeit und/oder Höhe der Einzelschäden.

Man kann der Grafik entnehmen, dass die tatsächlich eingetretene Schadenhöhe von 95 Tsd. Euro im letzten Geschäftsjahr immerhin mit ca. 15 %iger Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Jahres rein zufällig überschritten wird, wenn die angenommenen Parameter stimmen. Es gibt also hier kein deutliches Indiz dafür, dass ein „Irrtumsrisiko" vorliegt – also der tatsächliche Risikoumfang höher ist als er bei der Prämienkalkulation angenommen wurde. Bei dieser vereinfachten Betrachtung kann noch nicht unterschieden werden, ob dies auf eine Fehleinschätzung der Schadenhäufigkeit oder der Schadenhöhen zurückzuführen ist. Es zeigt sich auch, dass bei der verbliebenen „Restwahrscheinlichkeit" von klar über (den üblichen) 5 % im wissenschaftlichen Sinne die Hypothese der Gültigkeit der bisherigen (verbundenen) Hypothesen über die Schadenverteilungen nicht verworfen werden kann.

Auffällig bei der Betrachtung der Daten ist nun, dass gleich zwei Effekte zur deutlich über den Erwartungen liegenden Schadenbelastung aus Haftpflicht beigetragen haben. Zunächst sieht man, dass anstelle der erwarteten 6 tatsächlich 8 Schadenfälle eingetreten sind. Ausgehend von der unterstellten Poissonverteilung kann man ableiten, dass in 25 % der Fälle mit einer derartigen Schadenhäufung zu rechnen ist. Es kann also nicht zwingend gefolgert werden, dass die Schadenhäufigkeit größer ist als vermutet.

Die vom Versicherungsunternehmen geforderte massive Prämienerhöhung ist neben der erhöhten Anzahl von Schadenfällen auch dadurch bestimmt, dass die mittlere

Schadenhöhe je Schadenfall bei 11,9 Tsd. Euro (= 95/8) anstelle der prognostizierten 10 Tsd. Euro liegt. Eine genauere Betrachtung der Schadenfälle zeigt dabei allerdings, dass die durchschnittliche Höhe im Wesentlichen durch zwei relativ hohe Schadensfälle bedingt ist, deren Schadenshöhe aber auch nicht unplausibel hoch ist, was ein analoger Test bezogen auf die Log-Normalverteilung zeigt.[35] Gegenüber der Versicherungsgesellschaft kann damit also so argumentiert werden, dass die Beibehaltung der bisherigen Hypothese über die Schadenverteilung durchaus gerechtfertigt (nicht falsifiziert) ist – und keinesfalls ist es akzeptabel eine einmalige überdurchschnittliche Schadenbelastung als alleinige Grundlage für die Prämienkalkulation heranzuziehen.

Natürlich ist die letztlich mit der Versicherungsgesellschaft nach den Schadenfällen des letzten Geschäftsjahres tatsächlich vereinbarte Versicherungsprämie auch das Resultat der Verhandlungsführung. Die entsprechende fundierte Aufbereitung von Daten ist jedoch eine wesentliche Grundlage, um eine unangemessene Versicherungsprämienerhöhung lediglich aufgrund eines unglücklichen Zufalls zu vermeiden.

Im konkreten betrachteten Fallbeispiel erscheint es durchaus angemessen davon auszugehen, dass in Anbetracht der eingetretenen Schadenfälle die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schadenhöhe nicht modifiziert werden muss. Selbst wenn die Versicherungsgesellschaft, die natürlich eigene Geschäftsinteressen verfolgt, dieser Argumentation nicht voll umfänglich folgt und einen „vorsichtigeren" Ansatz wählt, ist es sicherlich realistisch, dass die tatsächliche Prämienerhöhung anstelle der „angedrohten" 35 % sich doch eher auf die 15 % zubewegt.

5 Fazit und Anwendungsmöglichkeit für die Praxis

Ein grundlegendes Problem bei der Bestimmung von Versicherungsprämien besteht darin, dass die der Kalkulation zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen über Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe nicht sicher bekannt sind. Rein zufallsbedingte Abweichungen der Schadenbelastung bei einer Schadens- oder Unfallversicherung in einer Periode vom Erwartungswert rechtfertigen keine Prämienerhöhung. Um Versicherungsnehmer mit einem temporär ungünstigen Schadenverlauf vor unangemessenen Erhöhungen der Versicherungsprämien zu schützen, ist es notwendig – und wohl in der Regel als Aufgabe des Versicherungsmaklers anzusehen – soweit statistisch möglich, zufallsbedingte und sonstige Abweichungen der erwarteten von den eingetretenen Schadenfällen zu trennen. Die Statistik stellt hierfür ein umfangreiches Methodenkonzept bereit. Notwendig ist es dabei Transparenz zu schaffen über (die Annahmen bezüglich) Verteilungen von Schadenhöhe und Schadenhäufigkeit. Dies sollte nach Möglichkeit bereits bei der Konzeptionierung eines optimalen Versicherungsschutzes (z. B. in einem Total-Cost-of-Risk-Programm) erfolgen. „Notfalls" lässt sich auch in der Verhandlung über eine „Vertragssanierungssituation" die hier

[35] Mit einem statistischen Test kann zudem untersucht werden, ob mit den Schadendaten des letzten Geschäftsjahres die Hypothese über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schadenhöhe insgesamt verworfen werden kann. Siehe zu den hier nutzbaren Anpassungstests, wie im einfachsten Fall den Chi-Quadrat-Test, *Bamberg und Bauer* (2008), S. 191–192 sowie *Beck-Bornholdt und Dubben* (2007).

erforderliche Datengrundlage ex post rekonstruieren. Eine saubere und transparente Quantifizierung der Risiken ist eine wichtige Grundlage, um gerade bei ungünstigem Schadenverlauf unangemessen hohe zusätzliche Versicherungskosten zu vermeiden (wenngleich die Analyse aus Risikomodellen nur ein Einflussfaktor auf die Prämienhöhe darstellt und auch die „Marktbedingungen" verhandelte Prämien beeinflussen).

Auch die Versicherungsgesellschaften selbst haben durch Anwendung der in diesem Beitrag vorgestellten Methoden langfristig erhebliche Vorteile, weil die dargestellten Verfahren dazu beitragen können, „gute" und „schlechte" Versicherungsnehmer besser zu differenzieren und so eine risikogerechtere Prämienkalkulation zu ermöglichen. Zudem ist mehr Transparenz über das eingegangene Risiko auch im Hinblick auf die Solvatibilität und das Rating bedeutsam.[36]

Für die Adjustierung von Versicherungsverträgen (Versicherungsprämien) bei Vorliegen neuer Informationen (neuer Schadendaten) gibt es prinzipiell drei Strategien. Zum einen kann die bisherige Versicherungsprämie ignoriert werden und unter Berücksichtigung des größeren Datensamples eine Neukalkulation stattfinden. Eine Alternative dazu ist ein bayesianischer Lernprozess, bei dem ausgehend von der ursprünglich vereinbarten Versicherungsprämie und der Berücksichtigung der neuen Informationen eine Adjustierung der bisherigen Versicherungsprämie vorgenommen wird. Die dritte Methode orientiert sich an einem statistischen Hypothesentest. Hierbei wird als „konservativer Ansatz" eine Versicherungsprämie nur dann angepasst, wenn aufgrund der vorliegenden neuen Informationen die der Kalkulation zugrundeliegenden Annahmen über die Schadenverteilung (die Modellparameter) statistisch signifikant verworfen werden. Gerade aus Sicht des wirtschaftlichen Nutzens von Vertragssicherheit und sicheren Kalkulationsgrundlagen spricht viel für die Vorgehensweise gemäß Methode C. Ihre stringente Anwendung kann eine Grundlage sein, um Verhandlungssituationen zwischen Versicherungsnehmer und Versicherungsgeber auf eine fundiertere Grundlage zu stellen.

Literatur

Akerlof, G., Yellen, J.: Rational models of irrational behavior. Am. Econ. Rev. **77**(2), 137–142 (1987). American Economic Association

Arrow, K.J.: Essays in the Theory of Risk-Bearing. North-Holland, Amsterdam (1971)

Bamberg, G., Bauer, F.: Statistik, 14. Aufl. Oldenbourg-Verlag (2008)

Beck-Bornholdt, H., Dubben, H.: Der Hund der Eier legt, 3. Aufl. Verlag Rowohlt (2007)

Bieta, V., Broll, U., Milde, H., Siebe, W.: Die Sicht der Spieltheorie zum Risikomanagement. Zustandsrisiken sind nicht dasselbe. Risiko Manag. **11**(2006), 16–19 (2006)

Deutsche Bundesbank: Monatsbericht Dezember, http://www.bundesbank.de/volkswirtschaft/vo_monatsbericht_archiv.php#mb2007. (2007). Accessed 12 April 2011

Doherty, N.A., Richter, A.: Moral hazard, basis risk and gap insurance. J. Risk Insur. **69**, 9–24 (2002)

Dreher, M.: Solvenzanforderungen in der Versicherungsaufsicht nach Solvency II und künftigem VAG. ZVersWiss **101**(4), 381–429 (2012)

Gleißner, W.: Über den Wertbeitrag und Nutzen von Risikobewältigung und Versicherungen. http://www.risknet.de/risknews/risknet-kolumne-wertbeitrag-und-nutzen-von-risikobewaeltigung-und-versicherungen/06a8363c06f2f67ee6a9854c2666f5ca/ (2007). Accessed 26 February 2013

Gleißner, W.: Metarisiken in der Praxis – Parameter- und Modellrisiken in Risikoquantifizierungsmodellen. Risiko Manag. **20**(2009), 14–22 (2009)

[36] Vgl. *Dreher, M.* (2012) sowie *Ulm, E. R.* (2012).

Gleißner, W.: Der Einfluss der Insolvenzwahrscheinlichkeit (Rating) auf den Unternehmenswert und die Eigenkapitalkosten. CFB **4**(2011), 243–251 (2011)

Gleißner, W.: Grundlagen des Risikomanagements im Unternehmen – Konzepte für ein wertorientiertes Controlling, 2. Aufl. Vahlen, München (2011a)

Gleißner, W.: Risikoanalyse und Replikation für Unternehmensbewertung und wertorientierte Unternehmenssteuerung. WiSt. Wirtschaftswiss. Stud. **7**(11), 345–352 (2011b)

Gleißner, W., Wolfrum, M.: Eigenkapitalkosten und die Bewertung nicht börsennotierter Unternehmen: Relevanz von Diversifikationsgrad und Risikomaß. Finanz-Betr. **9**(2008), 602–614 (2008)

Farny, D.: Versicherungsbetriebslehre. Verlag Versicherungswirtschaft (2006)

Kerr, D.A.: Understanding basis risk in insurance contracts. Risk Manag. Insur. Rev. **9**, 37–51 (2006)

Mack, T.: Schadenversicherungsmathematik, Schriftreihe Angewandte Versicherungsmathematik, Karlsruhe (1997)

Nguyen, T.: Grenzen der Versicherbarkeit von Katastrophenrisiken, Deutscher Universitäts-Verlag (2007)

Nguyen, T.: Solvency-II-kompatible Ausgestaltung des Risikomanagements von Versicherungsunternehmen. ZRFG **1**(2008), 5–12 (2008)

Pfeifer, D.: Möglichkeiten und Grenzen der mathematischen Schadenmodellierung. In: Präsentation zum Jahrestagung des Deutschen Vereins für Versicherungswissenschaft, Düsseldorf, 19.–20.3.2003, Universität Oldenbourg (2003)

Rieder, M.: Bayesianisches Kredit-Scoring zur Messung des Ausfallrisikos. In: Romeike, F. (Hrsg.) Modernes Risikomanagement, S. 185–200. Wiley, Weinheim (2005)

Rothschild, M., Stiglitz, J.: Equilibrium in competitive insurance markets: an essay on the economics of imperfect information. Q. J. Econ. **90**, 629–650 (1976)

Sinn, H.W.: In: Mohr, J.C.B. (Hrsg.): Ökonomische Entscheidungen bei Ungewissheit. Paul Siebeck, Tübingen (1980)

Ulm, E.R.: Insurance pricing, reserving, and performance evaluation under external constraints on capitalization and return on equity. J. Risk Insur. **79**(2), 541–566 (2012)

Wilson, C.: A model of insurance markets with incomplete information. J. Econ. Theory **12**, 167–207 (1977)